SBÍRKA PÍSEMNÝCH PRACÍ KE ZKOUŠCE Z MATEMATIKY NA VŠE V PRAZE

Lada Eliášová, Miloš Kaňka

EKOPRESS

Lada Eliášová, Miloš Kaňka

Sbírka písemných prací ke zkoušce z matematiky na VŠE v Praze

Vydání I. – 2011
Vydalo nakladatelství Ekopress, s. r. o.,
K Mostu 124, Praha 4

Obálka Karel Novák
Tisk Tiskárny Havlíčkův Brod, a. s.

www.ekopress.cz

This book was typeset by LaTeX the macro system of the American Mathematical Society.

ISBN 978-80-86929-72-9

Úvod

Tato publikace je určena pro studenty bakalářského studia VŠE v Praze. Obsahuje celkem 120 variant písemných prací. Zkouška z matematiky sestává z části písemné a z části ústní. Jedním z cílů této publikace je ukázat studentům, jak písemná část zkoušky vypadá. Dalším cílem této publikace je zkvalitnit přípravu studentů na zkoušku. Těžko si lze představit, že by student, který by pečlivě prostudoval byť jen polovinu zde uvedených úloh, měl problém s úspěšným napsáním písemné části zkoušky z matematiky.

Dříve, než se začnete seznamovat s obsahem publikace, je třeba uvést několik poznámek. Každá varianta obsahuje dvě úlohy z lineární algebry a šest úloh z matematické analýzy. V rámci těchto šesti příkladů obsahuje každá varianta úlohu týkající se výpočtu limit, úlohu na výpočet derivací (reálných funkcí jedné, resp. dvou reálných proměnných), dále pak úlohu týkající se vybraných otázek z kapitoly nazvané „Průběh reálných funkcí jedné reálné proměnné“, úlohu týkající se lokálních, resp. vázaných extrémů funkcí dvou reálných proměnných, úlohu na výpočet určitého, resp. neurčitého integrálu a úlohu na řešení diferenciální rovnice. Všechny uvedené příklady vycházejí ze sylabu přednášek a cvičení základního kurzu matematiky na VŠE (viz. publikace „Učebnice matematiky pro ekonomy“ od autorů Kaňka, Coufal a Klůfa). Obtížnostně pak příklady v této publikaci uvedené patří k průměrným. Každá varianta uvedená v této publikaci je opatřena výsledky.

K úlohám, které se týkají řešení soustav lineárních rovnic, je třeba poznamenat toto: V některých příkladech může dojít k situaci, kdy výsledek, který je zde uveden, je zdánlivě jiný než výsledek, ke kterému dospěl student. V obou případech se přitom může jednat o výsledek správný. Tato situace může být dána rozdílnou volbou parametrů úlohy a není nutné jí přikládat vážnost. O správnosti výsledku nás ostatně vždy spolehlivě přesvědčí zkouška. V zadání úloh na výpočet derivací používáme tuto zvyklost: Jedná-li se o výpočet derivací reálných funkcí jedné reálné proměnné, pak hovoříme o první, druhé, resp. třetí derivaci. Jedná-li se o výpočet parciálních derivací reálných funkcí dvou reálných proměnných, pak hovoříme o parciálních derivacích prvního, resp. druhého řádu. Tento způsob vyjadřování vyšel možná až z přehnané obavy z nedorozumění.

V úlohách, kde reálné funkce, které mají být derivovány, resp. integrovány a nejsou definovány v celém $\mathbb{R}$, resp. v celém $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$, resp. není z jiného důvodu zřejmé, že se zabýváme těmito funkcemi pouze v oboru, kde jsou definovány (jako tomu např. je u jistých typů určitých integrálů), používáme rčení: Pro přípustná $x \in \mathbb{R}$ vypočtěte neurčitý integrál

$$\int \frac{1}{x^2 - x}\, \mathrm{d}x.$$

Máme tím na mysli, že je třeba vyřešit tento integrál v libovolném intervalu neobsahujícím body $c_1 = 0$, resp. $c_2 = 1$. Analogicky, jedná-li se např. o výpočet derivace funkce

$\operatorname{tg} x$, pak výše uvedené zadání úlohy znamená, že budeme pracovat v libovolném intervalu, neobsahujícím body, pro které je $\cos x = 0$. V tomto smyslu také často uvádíme formulaci: „v oboru, kde lze mechanicky derivovat, vypočtěte derivaci, resp. vypočtěte parciální derivace …“.

Ještě podotkněme, že výrok „funkce f má vlastnost V na množině M“ znamená totéž jako výrok „funkce f má vlastnost V v množině M“.

Každý student ovšem dobře ví, že nejdůležitější v celé písemné práci je vždy správný postup a správné zdůvodnění postupu. Dojde-li během správné cesty k numerickému pochybení, pak se jistě nejedná o problém. Takovýchto chyb se čas od času dopustí i zkušený matematik, nebo lépe řečeno, kvalitní matematické vzdělání není ochranou před numerickými chybami, chybami z roztržitosti atd.

Je naší milou povinností poděkovat studentům VŠE v Praze, slečně Martině Černé a panu Bc. Janu Hnízdilovi za obětavou pomoc při počítačovém zpracování celého textu.

V Praze, 2. 12. 2010

RNDr. Lada Eliášová, doc. RNDr. Miloš Kaňka, CSc.